

Sensoren und Aktoren

Wahlpflichtfach 5. Semester Elektrotechnik

Prof. Dr. Felix Hüning

FB Elektrotechnik und Informationstechnik

FH Aachen

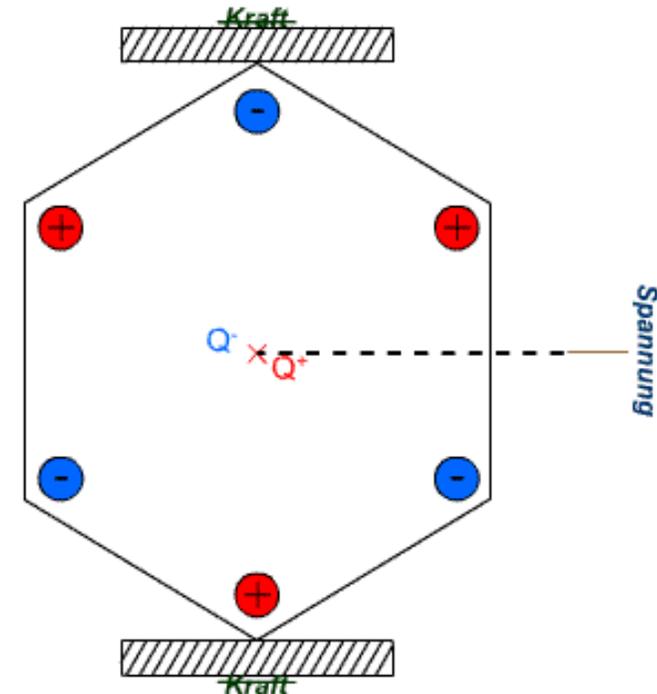
Die Folien sind für den persönlichen Gebrauch im Rahmen des Moduls gedacht. Eine Veröffentlichung oder Weiterverteilung an Dritte ist nicht gestattet (F. Hüning)

SUA – Physikalische Effekte

Inhalt

- Piezoelektrischer Effekt
- Resistive Effekte

- Voraussetzung: Nichtleitende Kristalle ohne Inversionszentrum
(Kein Symmetriezentrum, also ein Punkt, an dem eine Punktspiegelung den Kristall in sich selbst überführt)
- Gerichtete Verformung bewirkt Verschiebung der Ladungsträgerschwerpunkte innerhalb der Kristallstruktur
- Feldaufbau resultiert in elektrischer Spannung am Kristall



Von Degreen aus der deutschsprachigen Wikipedia, CC BY-SA 3.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17309851>

Piezoelektrischer Effekt

- Zusammenhang mechanischer Spannung $\vec{\sigma}$ und elektrischer Polarisation \vec{P} :

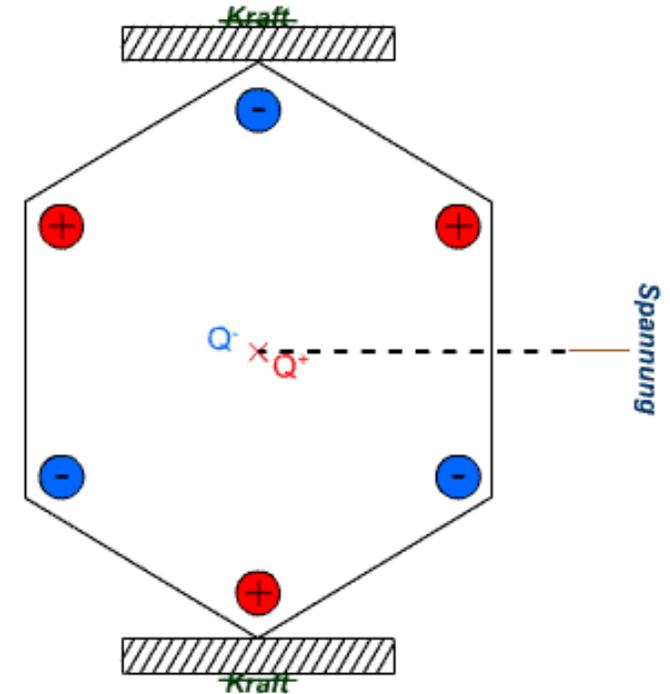
$$\vec{P} = \underline{\underline{d}} \cdot \vec{\sigma}$$

↑
Piezoelektrischer
Tensor 3. Stufe

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}$$

1-3: Zug-/Druckkräfte

4-6: Scherkräfte



Von Degreen aus der deutschsprachigen Wikipedia, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17309851>

Details zu Tensoren bei resistiven Effekten

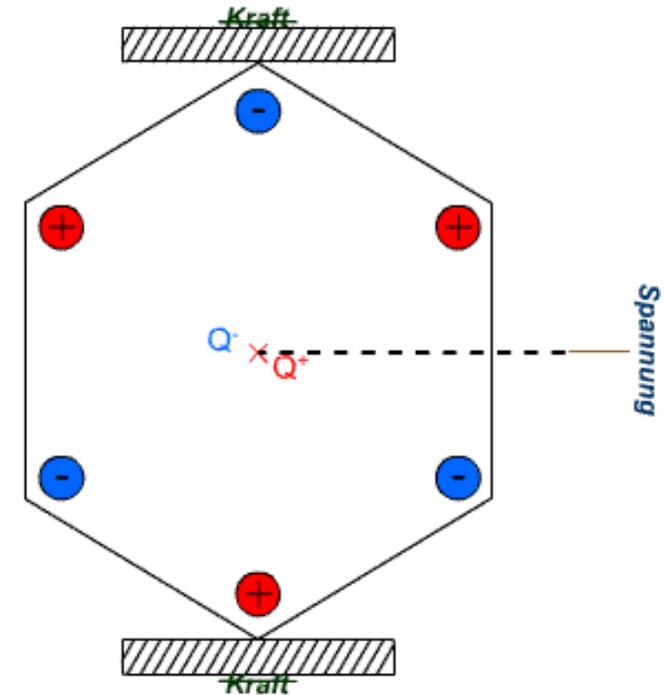
Piezoelektrischer Effekt longitudinal

- Kraftwirkung parallel zur Polarisationsrichtung:

$$d_{ij} = 0 \text{ für } i \neq j$$

$$d_{ii} \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}$$



Von Degreen aus der deutschsprachigen Wikipedia, CC BY-SA 3.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17309851>

Piezoelektrischer Effekt transversal

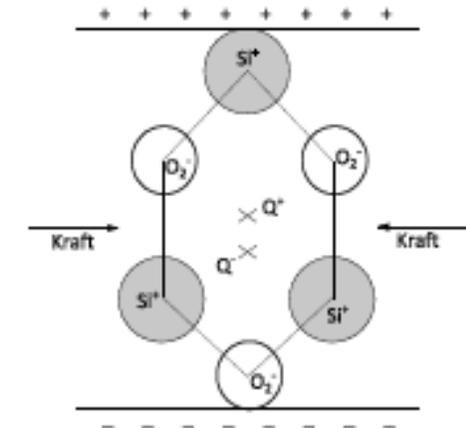
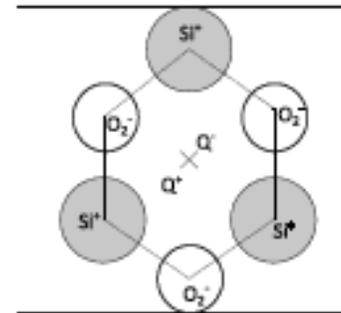
- Kraftwirkung senkrecht zur Polarisationsrichtung:

$$d_{ij} \neq 0 \text{ für } j \leq 3$$

$$d_{ij} = 0 \text{ für } j > 3$$

$$d_{ii} = 0$$

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & 0 & d_{23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}$$



Quelle: F. Hüning, Sensoren und Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

Piezoelektrischer Effekt

Schereffekt

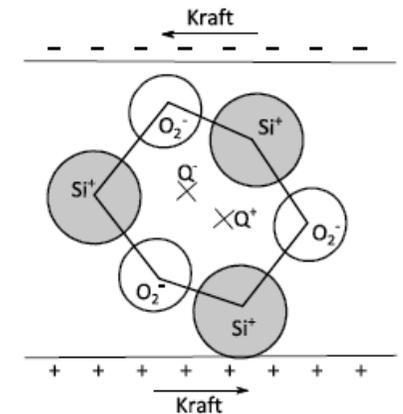
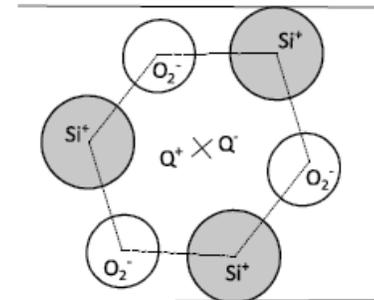
- Scherkräfte an gegenüberliegenden Flächen senkrecht zur Polarisationsrichtung

$$d_{ij} = 0 \text{ für } j \leq 3$$

$$d_{ij} \neq 0 \text{ für } j > 3$$

$$d_{ii} = 0$$

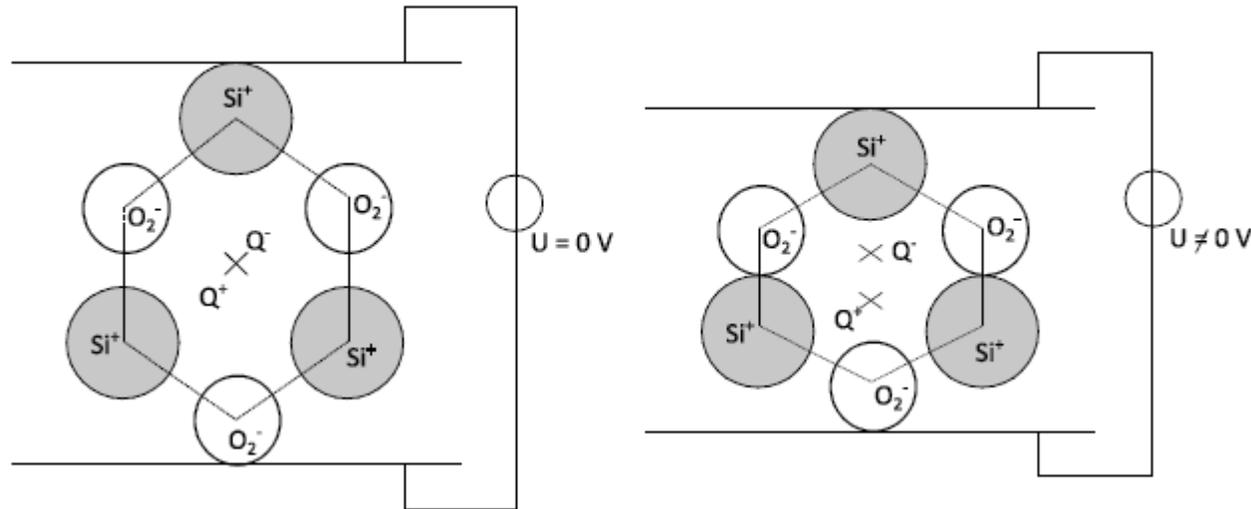
$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ 0 & 0 & 0 & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}$$



Quelle: F. Hüning, Sensoren und Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

Piezoelektrischer Effekt invers

- Verformung eines Kristalls durch äußeres elektrisches Feld
- Nutzung als Aktor (Ultraschallsender, Lautsprecher)



Quelle: F. Hüning, Sensoren und
Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

- Piezoelektrischer Effekt lässt sich sensitiv und aktiv (Aktor) nutzen
- Umwandlung von Kraft bzw. Druck (Stauchung/Dehnung um Δx) in elektrische Spannung
- Sehr kleiner Effekt: $\Delta x \sim 10^{-9}$ cm bei 10V

$$\frac{U}{\delta} = \Delta x$$

δ : piezoelektrischer Koeffizient ($\sim 10^{10}$ V/cm)

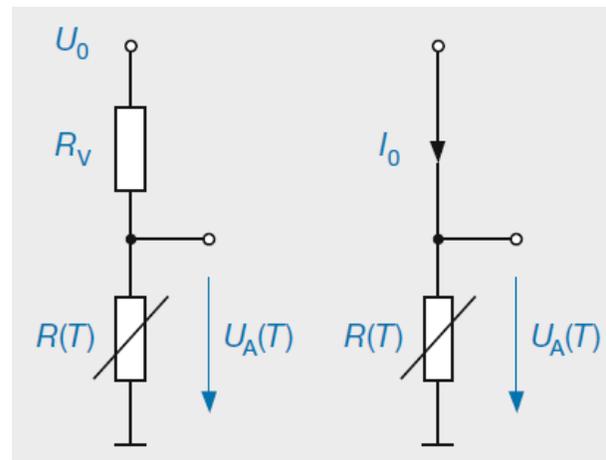
- Ausnutzung des Temperaturverhaltens von Widerständen

$$R = R(T)$$

- Messung der Spannung über einem thermisch belasteten Widerstand

Spannungsteiler

$$U(T) = U_0 \cdot \frac{R(T)}{R(T) + R_V}$$



Stromeinprägung

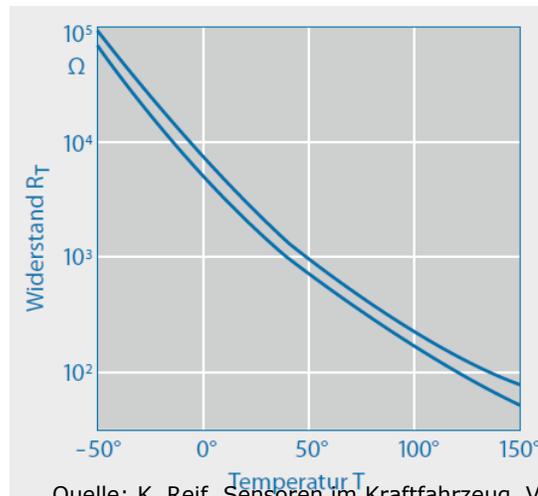
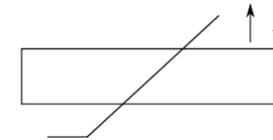
$$U(T) = I_0 \cdot R(T)$$

Quelle: K. Reif, Sensoren im Kraftfahrzeug, Vieweg&Teubner, 2010

Resistive Effekte

Temperatureffekt – NTC

- Heißleiter (NTC):
 - Negativer Temperaturkoeffizient
 - Kleinerer Widerstand bei hohen Temperaturen
 - Z.B. gesinterte Metalloxide (von Mangan oder Titan)
 - Sehr starke Temperaturabhängigkeit



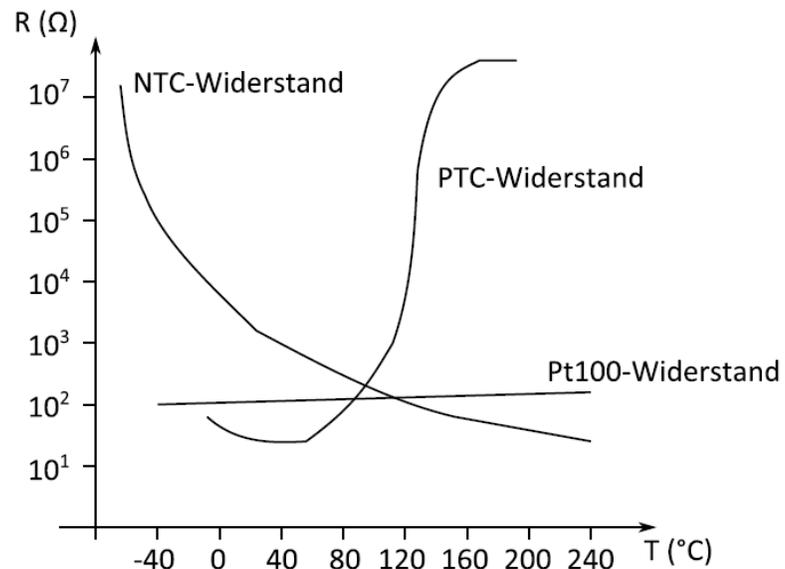
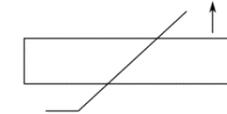
Quelle: K. Reif, Sensoren im Kraftfahrzeug, Vieweg&Teubner, 2010

$$R(T) = R_0 \cdot \exp\left(B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right)$$

$R_0 = R(T_0)$
 $B = 2000 - 5000K$

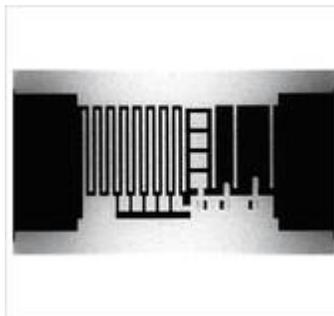
Widerstand bei R_T
Materialkonstante

- Kaltleiter (PTC):
 - Positiver Temperaturkoeffizient
 - Größerer Widerstand bei hohen Temperaturen
 - Neben Halbleitern auch Metalle möglich
 - Lineare und exponentielle Kennlinien möglich

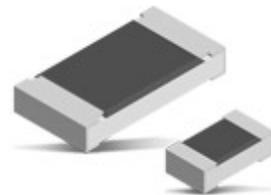


Quelle: F. Hüning, Sensoren und
Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

- Beispiel PTC-Dünnschicht Metallwiderstände:
 - Abscheidung (Sputtern) einer z.B. Nickel-Chrom-Widerstandsschicht auf Aluminiumoxid-Trägermaterial
 - Lithographische Strukturierung der Widerstandsstrukturen
 - Sehr genaue Einstellung des Widerstandswerts durch Trimmen (Laserschnitte in Widerstandsstruktur)



Quelle: Elektroniknet.de



$R_0 = R(T_0)$
 α
 β

$$R(T) = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T + \beta \cdot \Delta T^2 + \dots)$$

Widerstand bei RT
linearer Temperaturkoeffizient
quadratischer Temperaturkoeffizient

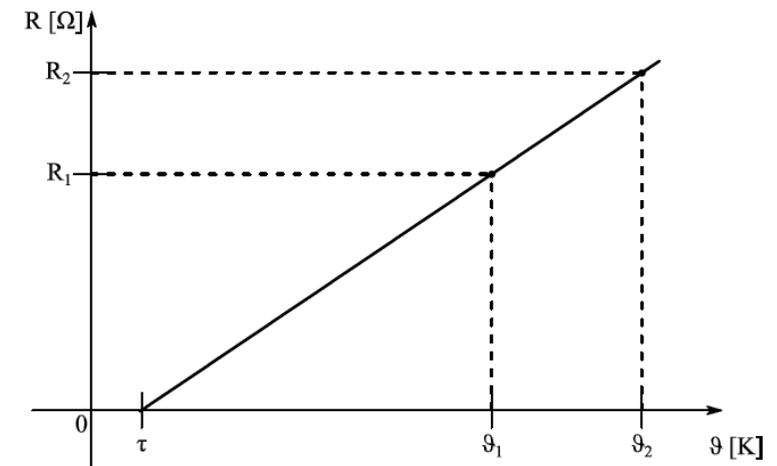
Resistive Effekte

Temperatureffekt – PTC

- Für Metalle kann der Widerstand in weiten Temperaturbereichen linearisiert werden:

$$R(T) = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$$

Material	Temperaturkoeffizient α [K ⁻¹]
Platin	$3.9 \cdot 10^{-3}$
Gold	$3.7 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	$4 \cdot 10^{-3}$
Graphit	$-0.2 \cdot 10^{-3}$
Silizium	$-75 \cdot 10^{-3}$

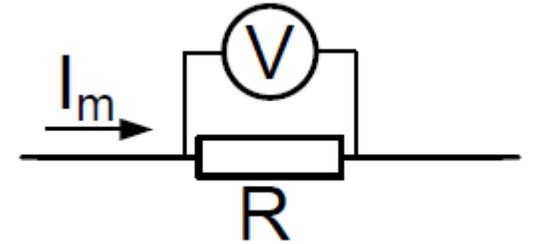


Quelle: F. Hüning, Sensoren und
Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

Resistive Effekte

Strommessung

- Messung von Strömen durch Spannungsabfall über Widerstand
- Messung der Spannung z.B. mittels ADC
- Messwiderstand (Shunt) muss sehr genau bekannt sein, um aus der Spannungsmessung den Strom berechnen zu können
- Spannungsabfall muss in „messbarer“ Größenordnung liegen
- Nachteil: zusätzlicher Widerstand in Stromleiterbahn



- Das Ohm'sche Gesetz gilt streng genommen in der einfachsten Form nur für isotrope Kristalle

$$U=R \cdot I \text{ bzw. } E=\rho \cdot j$$

- Isotropie: Unabhängigkeit einer Eigenschaft von der Richtung
- Generell sind Materialien bzw. Kristalle anisotrop (z.B. Halbleiter), d.h. ihre Eigenschaften wie die Leitfähigkeit hängt von der Richtung ab

- Ohm'sches Gesetz in anisotropen Materialien (kartesische Koordinaten):

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & \rho_{yy} & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & \rho_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

$\Leftrightarrow \vec{E} = \underline{\underline{\rho}} \cdot \vec{j}$

Vektor der elektr. Feldstärke Vektor der Stromdichte

- $\underline{\underline{\rho}}$ ist der symmetrische Tensor 2. Stufe (Matrix) des spezifischen Widerstands, beschreibt die anisotrope Kopplung von Feldstärke und Stromdichte
- Abhängig von den Komponenten des Tensors kann so z.B. ein Feld in x-Richtung einen Strom in allen drei Richtungen hervorrufen

- Voigt'sche Notation:

$$\begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & \rho_{yy} & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & \rho_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 & \rho_6 & \rho_5 \\ \rho_6 & \rho_2 & \rho_4 \\ \rho_5 & \rho_4 & \rho_3 \end{pmatrix}$$

- Kubische Kristalle (isotrop):

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_0$$

$$\rho_4 = \rho_5 = \rho_6 = 0$$

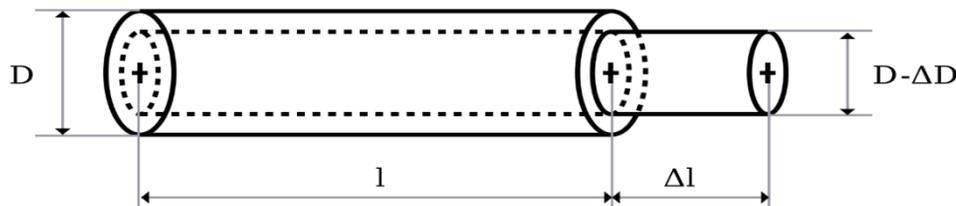
- Klassisches Ohm'sche Gesetz:

$$E_i = \rho_0 \cdot j_i$$

- Messung von dehnenden Verformungen durch Widerstandsänderung
- Widerstand Drahtstück:

$$R(T) = \rho(T) \cdot \frac{l}{A} = \rho(T) \cdot \frac{4 \cdot l}{D^2 \cdot \pi}$$

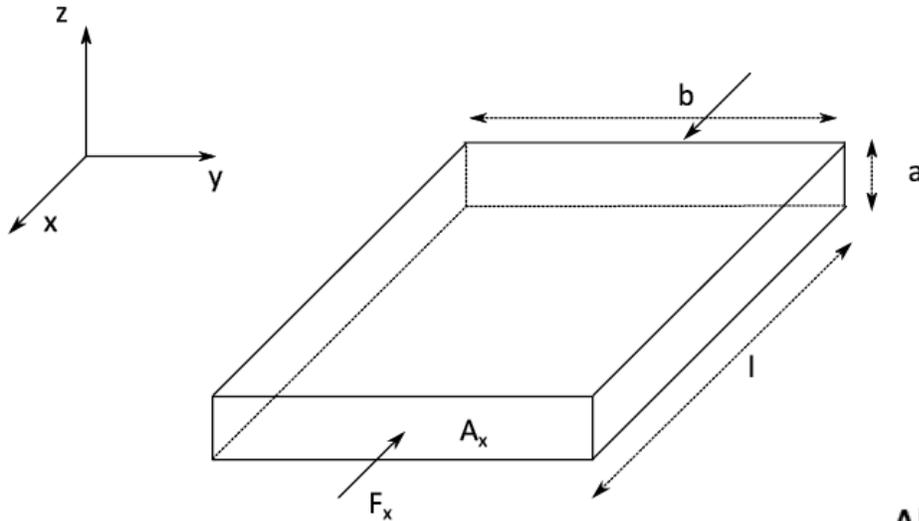
- Durch mechanische Spannung σ (z.B. Dehnung oder Stauchung) ändern sich D , l und evtl. ρ



Quelle: Wikipedia (Devil m25 - derivative work: McSush)

Resistive Effekte

Verformung



Quelle: F. Hüning, Sensoren und
Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

Mechanische
Spannung

$$\sigma = \sigma_{xx} = \sigma_1 = \frac{F_x}{A_x}$$

Kraft in x-Richtung auf
Fläche mit Normalen
in x-Richtung

$$\varepsilon = \varepsilon_{11} = \frac{\Delta l}{l}$$

Dehnung

- Geometrischer Effekt: Mechanische Spannung σ hängt über Elastizitätsmodul E mit der Dehnung ε zusammen:

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = E \cdot \varepsilon$$

Resistive Effekte

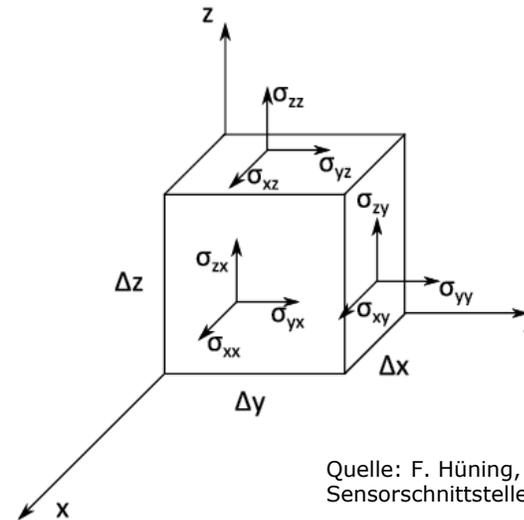
piezoresistiv

- Kopplung der mechanischen und elektrischen Eigenschaften über Spannungstensor $\underline{\underline{\sigma}}$:

$$\sigma_{ij} = \frac{F_i}{A_j} \quad \text{Kraft in i-Richtung auf Fläche mit Normalen in j-Richtung}$$

- Statisches Gleichgewicht:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ \sigma_6 & \sigma_2 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_4 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$



Quelle: F. Hüning, Sensoren und Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

- σ_{1-3} : Druck in Richtung des Koordinatensystems
- σ_{4-6} : Scherung

Resistive Effekte

piezoresistiv

- Sowohl $\underline{\sigma}$ als auch $\underline{\rho}$ sind Tensoren 2. Stufe mit je 6 unabhängigen Komponenten
- Verknüpfung zwischen den beiden durch piezoresistive Konstante $\underline{\Pi}$ (Tensor 3. Stufe)
- Vereinfachte Darstellung der Tensoren
 - 2. Stufe als 6-dim. Vektor
 - 3. Stufe als Matrix

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ \sigma_6 & \sigma_2 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_4 & \sigma_3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\Pi} \longrightarrow \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{pmatrix}$$

Resistive Effekte

piezoresistiv

- Durch $\underline{\sigma}$ ändern sich Komponenten ρ_i um $\Delta\rho_i$:
- Zusammenhang $\Delta\rho_i$ mit $\underline{\sigma}$ (für kubisches Symmetrie):

$$\frac{1}{\rho_0} \begin{pmatrix} \Delta\rho_1 \\ \Delta\rho_2 \\ \Delta\rho_3 \\ \Delta\rho_4 \\ \Delta\rho_5 \\ \Delta\rho_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}$$

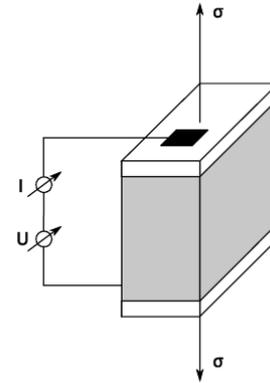
- Analog zum piezoelektrischen Effekt ergeben sich drei piezoresistive Effekte

Resistive Effekte

piezoresistiv

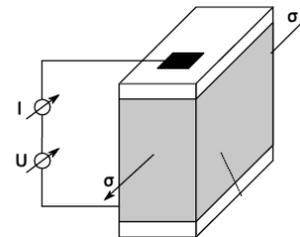
- Longitudinaler Effekt

$$\frac{\Delta\rho_i}{\rho_0} = \pi_{11} \cdot \sigma_i$$



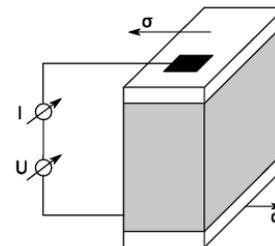
- Transversaler Effekt

$$\frac{\Delta\rho_i}{\rho_0} = \pi_{12} \cdot \sigma_j$$



- Schereffekt

$$\frac{\Delta\rho_i}{\rho_0} = \pi_{44} \cdot \sigma_i$$



Material	ρ_0 [Ωcm]	π_{11} [10^{-11}Pa^{-1}]	π_{12} [10^{-11}Pa^{-1}]	π_{44} [10^{-11}Pa^{-1}]
n-Silizium	11.7	-102	53	-14
p-Silizium	7.8	7	-1	138

Quelle: F. Hüning, Sensoren und
Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

- Dimensionslose Poissonzahl ν hängt Querschnitts- und Längenänderung zusammen

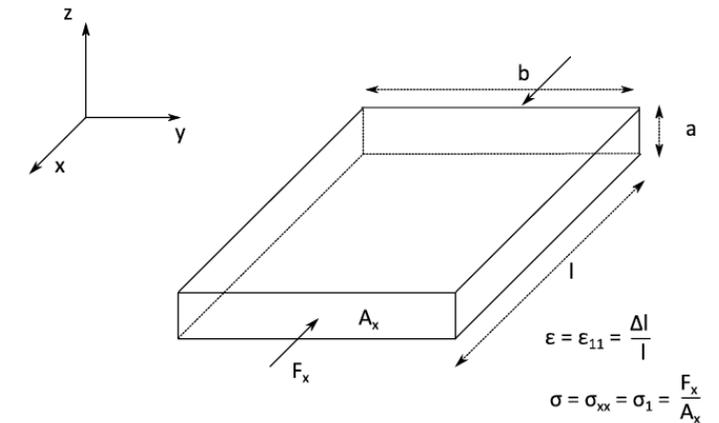
$$\nu = -\frac{\Delta a/a}{\Delta l/l} = -\frac{\Delta b/b}{\Delta l/l}$$

- Gesamte Änderung des Widerstands durch mechanischen Stress setzt sich aus geometrischem und piezoresistivem Effekt zusammen

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta \rho}{\rho} - \frac{\Delta A}{A} = (\pi \cdot E + (1 + 2\nu)) \cdot \varepsilon = K \cdot \varepsilon$$

Piezoresistiver Faktor
Halbleiter
 $K \sim 100$

Geometrischer Faktor
 $\nu \sim 0.3$
Metalle: $K \sim 1.5-2$,
kein piezoresistiver Effekt



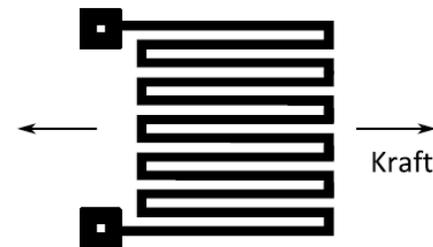
Quelle: F. Hüning, Sensoren und Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

Material	K-Faktor
n-Silizium	Bis -100
p-Silizium	Bis 190
Platin	6
Konstantan	2

- Änderung des Widerstands

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta \rho}{\rho} - \frac{\Delta A}{A}$$

- Effekt sehr klein
- Um Effekt zu vergrößern: Mäanderförmige Struktur: Dehnungsmessstreifen
- Auswertung über Messbrücke



Quelle: F. Hüning, Sensoren und
Sensorschnittstellen, DeGruyter, 2016

FH Aachen
Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
Prof. Dr. rer. nat. Felix Hüning
Eupener Straße 70
52066 Aachen
T +49 (0)241 6009 51979
F +49 (0)241 6009 52191
huening@fh-aachen.de
www.huening.fh-aachen.de